

5. Poutre en flexion (capteur de force ou de déplacement)

5.1. Déformation, contrainte, force et flèche

De la théorie des poutres, on obtient les relations suivantes pour une poutre encastree en son extrémité, et sollicitée à l'autre (fig. 5-1).

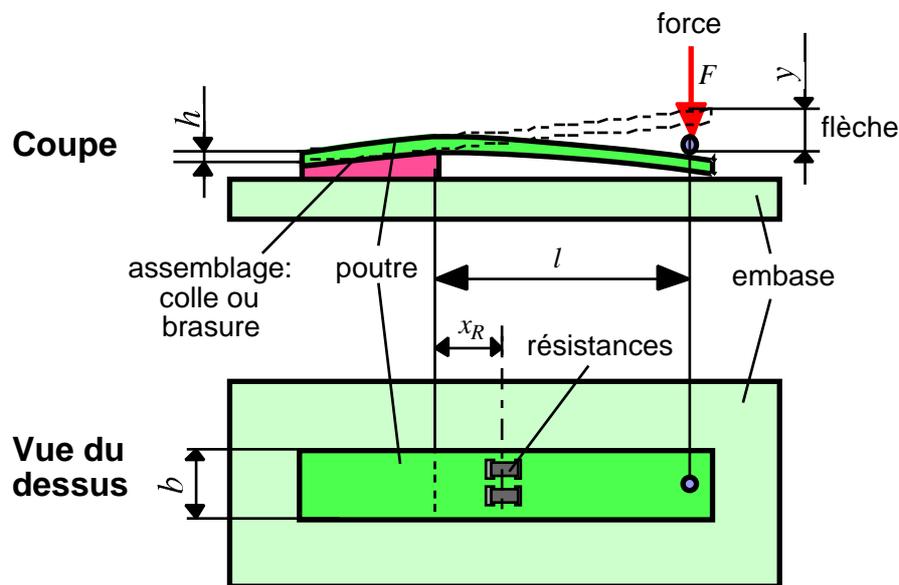


Figure 5-1. Poutre encastree (assemblée) à une extrémité, et sollicitée à l'autre.

$$M = F l$$

$$\sigma^* = \frac{l}{W} F$$

$$y = \frac{l^3}{3 E^* I} F$$

$$y = \frac{W l^2}{3 E^* I} \sigma^*$$

F	force appliquée
y	flèche au point de charge
l	longueur effective, entre assemblage et point de charge
M	moment maximal, auquel sont soumis la poutre et son assemblage
σ^*	contrainte maximale : contrainte calculée en traction, à la surface supérieure de la poutre, au bord de la zone d'assemblage
W	moment de résistance de la poutre
I	moment d'inertie de la poutre
E^*	module élastique effectif (voir ci-dessous)

Pour une poutre de section rectangulaire en forme de lame (largeur $b \gg$ épaisseur h), ce qui est à peu près le cas ici, on a une légère correction du module élastique, due à la condition des déformations planes (fig. 5-2). Dans le cas de l'alumine 96%, on a $E = 315$ GPa et $\nu = 0.23$, ce qui donne un module effectif $E^* = 330$ GPa.

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

E^* Module élastique effectif
 E Module élastique (module de Young)
 ν coefficient de Poisson

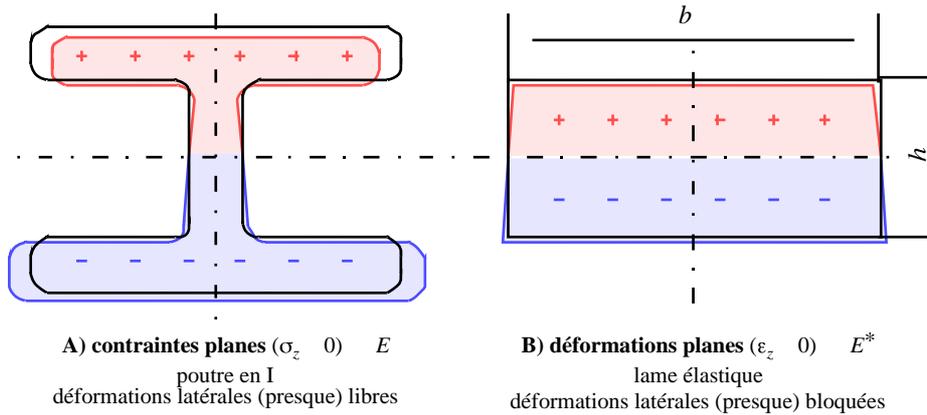


Figure 5-2. Sections de poutres soumises à un effort de flexion, illustrant le modèle des contraintes planes (A) et des déformations planes (B). Ce dernier correspond aux capteurs étudiés ici.

Pour une poutre de section rectangulaire, on obtient en outre les relations suivantes, utiles pour le calcul de capteurs de force et de déplacement. On rappelle ici que pour des poutres en alumine "standard" 96%, recouvertes avec des couches épaisses sans précautions particulières, on spécifie une contrainte maximale admissible à long terme d'env. 100 MPa.

$$y = \frac{2 l^2}{3 E^* h} \sigma^*$$

$$I = \frac{b h^3}{12}$$

$$y = \frac{4 l^3}{E^* b h^3} F$$

$$\sigma^* = \frac{6 l}{b h^2} F$$

$$W = \frac{b h^2}{6}$$

Les formules données ici font intervenir des grandeurs *nominales*, c'est-à-dire qu'elles ne tiennent pas compte de la présence ou non de couches sur la poutre. Les contraintes réelles sont bien entendu différentes, mais leur calcul nécessiterait une modélisation complexe et une connaissance des paramètres mécaniques des couches (contraintes, propriétés élastiques) qui fait défaut à ce jour. De plus, on suppose que l'encastrement de la poutre est parfait, ce qui n'est en réalité pas exactement le cas, surtout si on utilise des matériaux d'assemblage (brasures tendres, colles) nettement moins rigides que la poutre.

5.2. Variantes de poutre

Simple ou double face

Sur une poutre simple en flexion encastree à une extremité et sollicitée à l'autre (cantilever, fig. 5-1), il est impossible d'avoir les deux signes de déformation mécanique (compression et traction) sur une même face. Si on veut avoir toute la réponse possible, on doit effectuer une sérigraphie **double face** des résistances de mesure. Pour les applications bas de gamme où l'on peut se contenter de la moitié de la réponse environ, on utilisera plutôt une sérigraphie simple face. Un aperçu des avantages et désavantages respectifs est donné au tableau 5-I ci-dessous.

Double face	Simple face
+ On obtient la pleine réponse , car toutes les résistances sont actives. Le capteur est donc potentiellement plus précis.	- On n'obtient en théorie que la moitié de la réponse (demi-pont) si la sollicitation applicable à la poutre reste la même.
- La fabrication de la poutre est plus compliquée : trous métallisés, plus de couches, etc.	+ La poutre est bon marché , surtout si on ne doit pas utiliser des trous métallisés.
- L' appariement du pont de mesure " <i>as-fired</i> " est mauvais , car les résistances "+" et "-" sont sérigraphiées sur des faces opposées, ce qui nuit à la réponse (grandes résistances d'ajustement) et au coefficient en température.	+ L' appariement du pont est en principe bon , car toutes les résistances sont sérigraphiées en une passe : la réponse est peu réduite par les résistances d'ajustement, et le coefficient en température de l'offset est bon sans compensation.
- La réponse peut être limitée par l'éventuelle dégradation des propriétés mécaniques par les résistances de mesure situées sur la face supérieure, qui sont sollicitées en traction.	+ En ne sérigraphiant les résistances de mesure que sur la face inférieure de la poutre, là où elles sont sollicitées en compression, on n'entraîne en principe pas de diminution des propriétés mécaniques.
+ La poutre est très compacte .	- Les résistances de référence, nominalement inactives, prennent de la place ou diminuent la réponse (figures 5-3 et 5-4).
+ Le positionnement au même endroit, de part et d'autre de la poutre, des résistances de mesure diminue l'influence des perturbations, qui tendent à se compenser mutuellement.	- Le positionnement à des endroits différents des résistances de mesure "+" et "-" rend le pont plus sensibles aux perturbations (gradients thermiques, contraintes parasites, etc.).

Tableau 5-I. Avantages et désavantages comparés de la sérigraphie simple face ou double face des résistances de mesure.

Forme de la poutre

La **forme** de la poutre est essentiellement déterminée par les spécifications requises.

- **Forces élevées** : poutre épaisse (h), courte (l) et assez large (b).
- **Forces faibles et grands déplacements** : poutre mince, longue et étroite.
- **Déplacements faibles** : poutre mince, assez courte et étroite.

Sur les poutres larges et courtes, on place les deux résistances d'une paire ("+" ou "-") en général **côte à côte**. Inversement, sur les poutres longues et étroites, elles sont placées l'une **à la suite** de l'autre. Les combinaisons de la forme et de l'alternative simple face / double face sont schématisées aux figures 5-3 et 5-4.

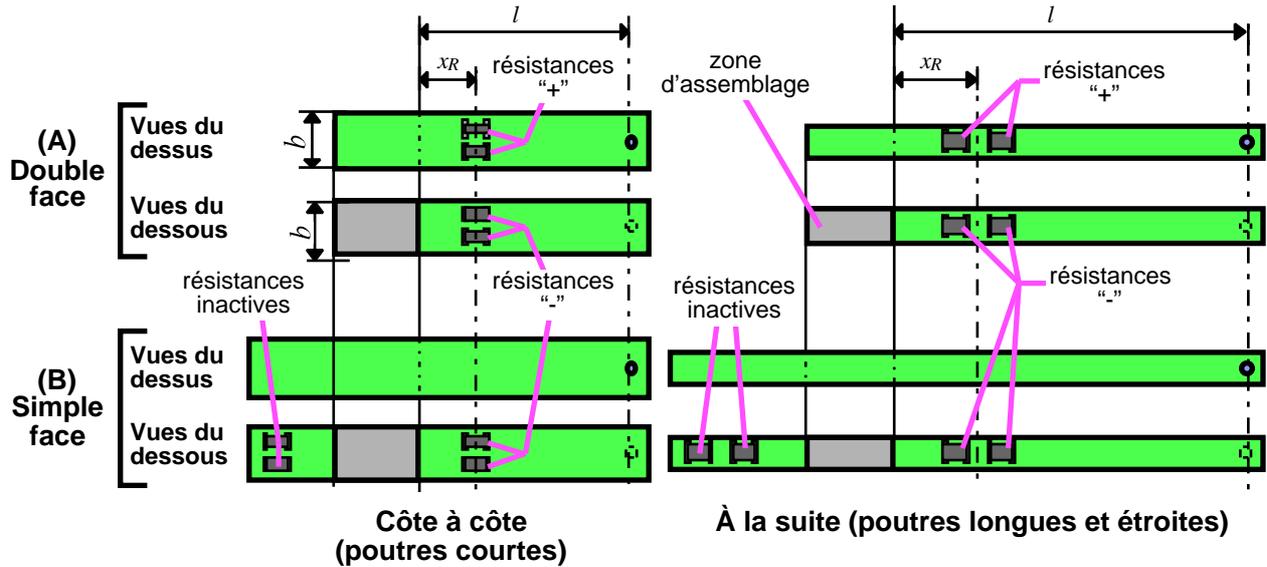


Figure 5-3. Les différentes variantes de poutre: A) Résistances sérigraphiées double face; B) simple face.

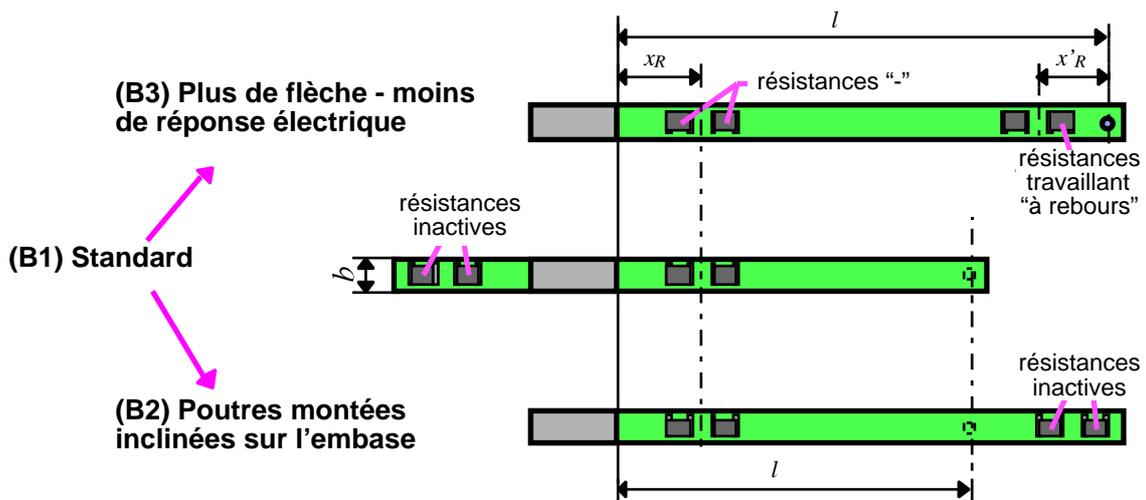


Figure 5-4. Poutres sérigraphiées en simple face : emplacements possibles des résistances de référence. B1 et B2: résistances de référence inactives; B3: capteur de déplacement permettant d'avoir une grande flèche, au prix de résistances de référence travaillant "à rebours" (diminuant un peu la réponse).

5.3. Réponse électrique de la poutre

Réponse d'une résistance individuelle

En faisant abstraction de l'influence des couches épaisses sur la mécanique de la poutre et des contraintes parasites induites par l'assemblage, on exprime la réponse nominale r^* d'une résistance de mesure située sur la face supérieure et exactement à la fin de la zone d'assemblage par les relations ci-dessous, en fonction de la force F , de la flèche au point de charge y ou de la contrainte maximale σ^* . La déformation transverse ε_T étant empêchée par la forme en lame ($b \gg h$, donc $\varepsilon_T = 0$) de la poutre, l'effet de jauge transverse n'intervient en principe pas.

$r^* = J_L \varepsilon_L$	r^* variation relative "idéale" d'une résistance
$r^* = J_L \varepsilon_L = J_L \frac{6 l}{E^* b h^2} F$	J_L facteur de jauge longitudinal de la résistance
$r^* = J_L \varepsilon_L = J_L \frac{3 h}{2 l^2} y$	l longueur effective de la poutre (longueur du bras de levier), entre assemblage et point de charge
$r^* = J_L \varepsilon_L = J_L \frac{1}{E^*} \sigma^*$	ε_L déformation longitudinale moyenne de la résistance
	σ^* contrainte nominale maximale dans le sens de la longueur (σ_x)
	F force appliquée
	y flèche au point de charge

En raison des effets de bord et des contraintes parasites, on ne peut en réalité placer des résistances de mesure exactement à la fin de la zone d'assemblage, et on doit les décaler (x_R sur fig. 5-3). Ce décalage réduit cependant la réponse (voir ci-dessous). Un certain compromis entre la maximisation de la réponse et la minimisation des contraintes parasites et des effets de bord doit donc être trouvé.

Réponse d'un pont complet (4 résistances actives, sérigraphie double face)

Les réponses des résistances d'un pont complet (fig. 5-3A) sont nominalement identiques en valeur absolue si celles-ci sont placées côte à côte. Si les résistances de mesure sont placées l'une à la suite de l'autre, les réponses différeront, et l'on peut prendre dans ce cas la distance moyenne (fig. 5-3B). Les réponses sont réduites par la distance x_R (facteur $1 - x_R/l$) et par les résistances d'ajustement (facteurs w , voir chapitre 3). Sur un pont de mesure où les résistances sont sérigraphiées sur les deux faces, on doit malheureusement s'attendre à devoir effectuer des ajustements importants, source d'une perte de réponse de typ. 10% en ajustement classique (voir chapitre 4).

$+r_1^+ \quad +r_2^+ \quad -r_1^- \quad -r_2^- \quad 1 - \frac{x_R}{l} \quad r^*$	Δs	réponse sous sollicitation du pont de mesure
r	r	variation relative moyenne sous sollicitation mécanique des résistances de mesure
$r \quad \frac{w_1^+ + w_2^+ + w_1^- + w_2^-}{4} \quad 1 - \frac{x_R}{l} \quad r^*$	r^*	réponse nominale d'une résistances de mesure située à la fin de la zone d'assemblage
$s \quad r$	r_1^+, r_2^+	réponse des résistances "+" (à effet positif), situées sur la poutre
	r_1^-, r_2^-	réponse des résistances "-" (à effet négatif), situées sous la poutre
	$w_1^+, w_2^+, w_1^-, w_2^-$	"coefficients d'efficacité" des résistances de mesure (3.4)
	x_R	distance moyenne entre résistances et fin de la zone d'assemblage
	l	longueur effective de la poutre (bras de levier)

Réponse d'un demi-pont (2 résistances actives sur la face inférieure, simple face)

Les réponses des résistances actives d'un demi-pont (fig. 5-3) sont identiques à celles du pont complet. Pour les résistances de référence, deux cas sont envisageables (fig. 5-4).

- Les résistances de référence sont inactives, et leur réponse est nulle (B1 et B2). Dans ce cas, on obtient nominalement la moitié de la réponse d'un pont complet.
- Les résistances de référence sont situées entre zone d'assemblage et point d'appui (B3), à une distance x'_R de ce dernier. Dans ce cas, elles ont une réponse piézorésistive qui *diminue* encore la réponse du capteur.

Si les résistances de mesure sont placées l'une à la suite de l'autre, on peut prendre des distances x_R et x'_R moyennes (fig. 5-3B ; B1, B2 : $x'_R = 0$).

Comme dans le cas du pont complet, la réponse du capteur est réduite par la distance x_R (facteur $1 - x_R / l$) et par les résistances d'ajustement (facteurs w , voir chapitre 3). Cependant, il existe par rapport au cas du pont complet quelques différences importantes.

- Les résistances d'ajustement sont en général beaucoup plus petites, et la perte de réponse correspondante est estimée à 5%. On s'attend aussi à ce que le TCO d'un capteur simple face non ajusté en température soit aussi nettement moins important que dans le cas d'une sérigraphie double face : dans beaucoup d'applications, l'ajustement (assez fastidieux) du TCO ne sera pas nécessaire.
- Si les résistances de référence sont placées entre zone d'assemblage et point de charge (fig. 5-4, B3), elles diminuent encore le signal. Cette variante n'a cependant de sens que pour des poutres longues où on veut une flèche importante. Dans ce cas, cette diminution n'aura qu'une faible importance.

$$r_1^+ \quad r_2^+ \quad - \frac{x_R}{l} \quad r^*$$

$$r_1^- \quad r_2^- \quad - 1 - \frac{x_R}{l} \quad r^*$$

$$s \quad r$$

B1, B2 :

$$r \quad \frac{w_1^- + w_2^-}{4} \quad 1 - \frac{x_R}{l} \quad r^*$$

B3 :

$$r \quad \frac{w_1^- + w_2^-}{4} \quad 1 - \frac{x_R}{l} \quad - \frac{w_1^+ + w_2^+}{4} \quad \frac{x_R}{l} \quad r^*$$

Δs	réponse sous sollicitation du pont de mesure
r	variation relative moyenne sous sollicitation mécanique des résistances de mesure
r^*	réponse nominale d'une résistances de mesure située à la fin de la zone d'assemblage
r_1^+, r_2^+	réponse des résistances "+" (à effet positif), situées sur la poutre
r_1^-, r_2^-	réponse des résistances "-" (à effet négatif), situées sous la poutre
$w_1^+, w_2^+, w_1^-, w_2^-$	"coefficients d'efficacité" des résistances de mesure (3.4)
x_R	distance moyenne entre résistances et fin de la zone d'assemblage
x'_R	distance moyenne entre résistances de référence et point de charge, ou 0 si à l'extérieur de la zone sollicitée
l	longueur effective de la poutre (bras de levier)